

Examen HAVO 2023

voorbeeldexamen

wiskunde D

Bij dit examen hoort een bijlage.

Dit examen bestaat uit 17 vragen. Voor dit examen zijn maximaal 74 punten te behalen. Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

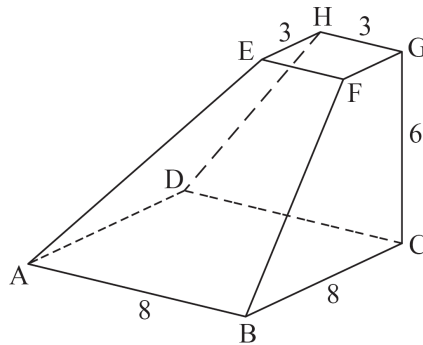
Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Afgeknotte piramide

Van een afgeknotte piramide $ABCD.EFGH$ zijn het grondvlak en bovenzvlak vierkanten. Het grondvlak heeft zijden van 8 cm en het bovenzvlak heeft zijden van 3 cm. De ribbe CG staat loodrecht op het grondvlak en heeft een lengte van 6 cm. Zie de figuur.

figuur



- 4p 1 Bereken in graden nauwkeurig de hoek die lijnstuk AE met het grondvlak $ABCD$ maakt.
- 5p 2 Bereken de afstand tussen D en lijnstuk BF in één decimaal nauwkeurig.
- 5p 3 Teken op schaal 1:2 een uitslag van de afgeknotte piramide. Zet bij alle hoekpunten van de uitslag de bijbehorende letter.
- 4p 4 Bereken exact de inhoud van de afgeknotte piramide.

Conditietest

Om de conditie te meten van mensen worden vaak conditietests gebruikt. De conditietest die in deze opgave vermeld wordt, is een gangbare conditietest waarbij iedere prestatie een score oplevert. Hoe hoger de score, hoe beter de conditie.

In Canada is een onderzoek gedaan onder een groot aantal jongens van 12 tot en met 17 jaar. In de tabel hieronder staan de resultaten van het onderzoek voor jongens van 17 jaar.

tabel

score	5,44	6,89	7,50	8,36	8,81	9,30	9,84	10,23	11,09	11,87	12,58
cumulatief percentage	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	95

In tabel 1 is bijvoorbeeld af te lezen dat 90% van de jongens een score van 11,87 of minder behaalt. De scores in de tabel zijn gerangschikt op cumulatief percentage.

De scores van de Canadese jongens van 17 jaar zijn bij benadering normaal verdeeld. Dat kun je zien als je de scores van tabel 1 uitzet op normaal waarschijnlijkheidspapier.

- 6p **5** Toon met behulp van het normaal waarschijnlijkheidspapier op de uitwerkbijlage aan dat de scores van Canadese jongens van 17 jaar bij benadering normaal verdeeld zijn en bepaal het gemiddelde en de standaardafwijking van deze scores in één decimaal nauwkeurig.

Ook voor Canadese jongens in andere leeftijdsgroepen zijn de scores (bij benadering) normaal verdeeld.

Voor Canadese jongens van 13 jaar is de gemiddelde score 7,4 en de standaardafwijking 2,0. Wanneer een jongen van 13 jaar hoger dan 9,94 scoort is er sprake van een **hoge score**.

Uit de onderzochte groep worden willekeurig twee jongens van 13 jaar gekozen.

- 4p **6** Bereken de kans dat ze allebei een hoge score hebben.

Voor Canadese jongens van 14 jaar is het gemiddelde 8,0 en de standaardafwijking 2,0.

We kiezen aselect 100 Canadese jongens van 14 jaar.

- 4p 7 Bereken de kans dat hun gemiddelde score minder dan 0,1 afwijkt van 8,0.

Hoewel de gemiddelde scores van Canadese jongens van 14 jaar hoger liggen van die van Canadese jongens van 14 jaar is het mogelijk dat een jongen van 13 jaar een hogere score haalt dan een jongen van 14 jaar.

- 4p 8 Bereken de kans dat een Canadese jongen van 13 jaar een hogere score haalt dan een Canadese jongen van 14 jaar.

Onder een grafiek

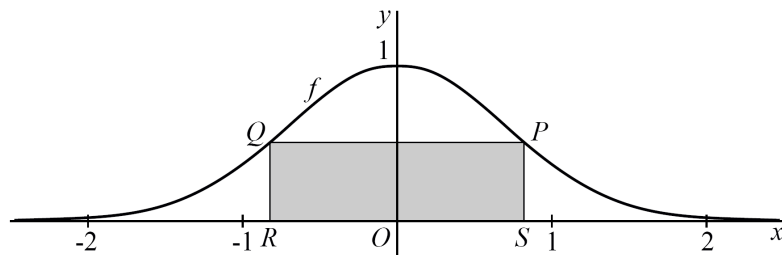
De functie f wordt gegeven door:

$$f(x) = e^{-x^2}$$

Het punt $P(p, e^{-p^2})$ ligt op de grafiek van f , waarbij $p > 0$.

Onder de grafiek van f ligt een rechthoek $PQRS$ met P en Q op de grafiek en R en S op de x -as. Dus S is het punt $(p, 0)$. Zie de figuur.

figuur



Punt P kan zo op de grafiek van f gekozen worden dat $PQ = PS$. $PQRS$ is dan een vierkant.

4p **9** Bereken de oppervlakte van dit vierkant.

Er is een waarde van p waarvoor de oppervlakte van $PQRS$ maximaal is.

5p **10** Bereken deze waarde van p exact.

Leugendetector

In het tijdschrift Nature stond enige tijd geleden een artikel waarin de werking van een leugendetector werd uitgelegd. Iemand die liegt, krijgt een nauwelijks waarneembaar 'blosje' in het gezicht. De leugendetector probeert dit blosje waar te nemen. Volgens het artikel is de leugendetector een belangrijk hulpmiddel om na te gaan of iemand liegt. Met de leugendetector zijn veel experimenten uitgevoerd. Daaruit is gebleken dat de leugendetector niet altijd foutloos werkt. Zo wordt in slechts 75% van de gevallen een leugenaar daadwerkelijk als leugenaar herkend.

We nemen aan dat voor iedere leugenaar geldt dat de kans dat deze correct als leugenaar herkend wordt, gelijk is aan 0,75.

- 4p 11 Bereken in vier decimalen nauwkeurig de kans dat de leugendetector bij 200 leugenaars 40 of meer fouten maakt.

Ook bij eerlijke mensen (mensen die niet liegen) werkt de leugendetector niet altijd foutloos. Gemiddeld blijkt de leugendetector 1 van de 12 eerlijke mensen toch als leugenaar te bestempelen.

We bekijken een groep van 100 personen, bestaande uit 40 leugenaars en 60 eerlijke mensen. Je kunt narekenen dat de leugendetector naar verwachting bij 85 personen uit deze groep de juiste conclusie zal trekken. Men spreekt in dit geval van een *betrouwbaarheid* van 85% voor deze groep.

De betrouwbaarheid hangt af van de samenstelling van de groep. Wanneer we een groep van 100 personen nemen met daarin 16 leugenaars, krijgen we een andere waarde voor de betrouwbaarheid.

- 3p 12 Bereken hoe groot de betrouwbaarheid dan is.

In een groep van 100 personen met daarin 16 leugenaars worden 5 personen met een leugendetector getest.

- 4p 13 Bereken op hoeveel manieren deze testgroep kan zijn samengesteld uit 2 leugenaars en 3 eerlijke mensen.

De leugendetector kan ook worden ingezet bij grootscheepse controles, zoals op vliegvelden. Daar moeten alle passagiers antwoord geven op de vraag of ze iets hebben aan te geven. Niet iedereen antwoordt naar waarheid.

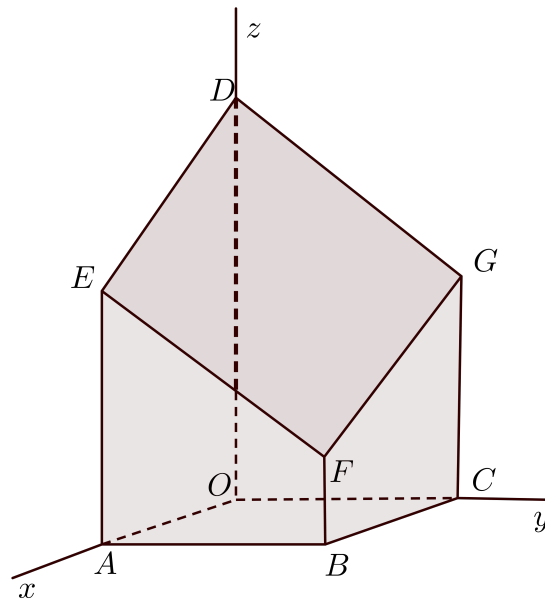
Van alle passagiers in een bepaalde regio antwoordt 0,4% niet naar waarheid, zodat de betrouwbaarheid van deze leugendetector in die regio 91,6% is. De autoriteiten van een vliegveld in de regio overwegen deze leugendetector te gaan gebruiken, maar vinden de betrouwbaarheid van 91,6% nog te laag. Iemand beweert een nieuwe versie te kunnen leveren, die beter werkt. Daarmee bedoelt hij dat de kans op een juiste beslissing bij zijn leugendetector hoger is dan 0,916. Men besluit dit apparaat in deze regio te gaan testen. Bij de test geeft het apparaat in 834 van de 900 gevallen een juiste beslissing.

- 5p **14** Ga na of dit resultaat bij een significantieniveau van 5% voldoende aanleiding geeft om de conclusie te trekken dat deze nieuwe versie van de leugendetector beter werkt.

Afgeknotte balk

Gegeven is de schuin afgeknotte balk $OABC.DEFG$ waarbij $D(0,0,9)$, $E(5,0,6)$, $F(5,5,2)$ en $G(0,5,5)$. Zie de figuur.

figuur



Het vlak $DEFG$ is een parallellogram.

- 5p 15 Bereken hoek EDG in graden nauwkeurig.
- 4p 16 Bepaal een vergelijking van het vlak $DEFG$ van de vorm $ax + by + cz = d$.

De lijn door B en D snijdt vlak $ACGE$ in punt S .

- 4p 17 Bereken exact de coördinaten van S .